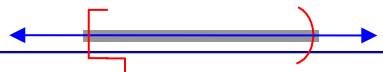
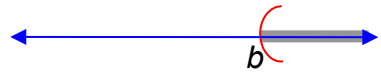
TEMA : INTERVALOS

La recta real: el conjunto de números reales se puede representar mediante los puntos de una recta horizontal, que se denomina recta real, donde a cada punto le corresponde un único número real. Al número real correspondiente a un punto particular de la recta se le denomina coordenada del punto.

Intervalos: Un intervalo es un subconjunto de la recta real. Al conjunto de números reales comprendido entre los reales a y b (con a < b) lo llamaremos intervalo acotado de extremo inferior a y extremo superior b.

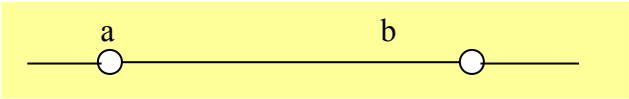
Clases de intervalos

Nombre	***Notación de intervalos***	***Notación de conjuntos***	***Gráfica en la recta real***
Intervalo abierto	(a,b)	$\{x \in R / \ a < x < b\}$	
Intervalo cerrado	$[a,b]$	$\{x \in R / \ a \le x \le b\}$	
Intervalo semiabierto a la izquierda	$(a,b]$	$\{x \in R / \ a < x \le b\}$	
Intervalo semiabierto a la derecha	$[a,b)$	$\{x \in R / \ a \le x < b\}$	
Intervalos al infinito	$(-\infty,a]$	$\{x \in R / \ x \le a\}$	
	$(-\infty,a)$	$\{x \in R / \ x < a\}$	
	(b,∞)	$\{x \in R / \ x > b\}$	
	$[b,\infty)$	$\{x \in R / \ x \ge b\}$	
	$(-\infty,\infty)$	$\{x \in R\}$	

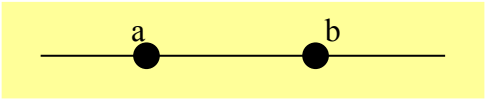
∞ y -∞ no representan números. Son notaciones para indicar que algo crece o decrece indefinidamente, respectivamente.

DEFINICIÓN DE INTERVALOS:

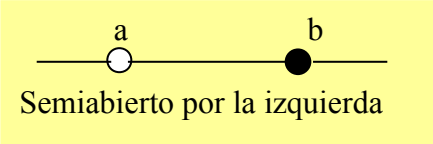
- ✓ ***Abierto:*** ***es aquel en el que los extremos no forman parte del mismo****, es decir, todos los puntos de la recta comprendidos entre los extremos forman parte del intervalo, salvo los propios extremos.*
  - *En otras palabras* $\boxed{I = (a,b) = \{x \in \Re / a < x < b\}}$, ***observa que se trata de desigualdades estrictas****.*
  - *También se expresa en ocasiones como* $\boxed{I =]a,b[}$.
  - *Gráficamente:*

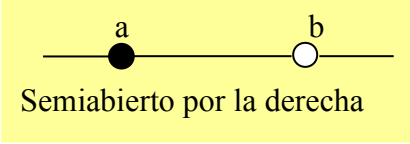


- ✓ ***Cerrado:*** ***es aquel en el que los extremos si forman parte del mismo****, es decir, todos los puntos de la recta comprendidos entre los extremos, incluidos éstos, forman parte del intervalo.*
  - *En otras palabras* $\boxed{I = [a,b] = \{x \in \Re / a \le x \le b\}}$, ***observa que ahora no se trata de desigualdades estrictas****.*
  - *Gráficamente:*



- ✓ ***Semiabierto:*** ***es aquel en el que solo uno de los extremos forma parte del mismo****, es decir, todos los puntos de la recta comprendidos entre los extremos, incluido uno de éstos, forman parte del intervalo.*
  - ➢ ***Semiabierto por la derecha****, o semicerrado por la izquierda,* ***el extremo superior no forma parte del intervalo****, pero el inferior si, en otras palabras* $\boxed{I = [a,b) = \{x \in \Re / a \le x < b\}}$*,* ***observa que el extremo que queda fuera del intervalo va asociado a una desigualdad estricta****.*
  - ➢ *También se expresa en ocasiones como* $\boxed{I = [a,b[}$.
  - ➢ ***Semiabierto por la izquierda****, o semicerrado por la derecha,* ***el extremo inferior no forma parte del intervalo****, pero el superior si, en otras palabras* $\boxed{I = (a,b] = \{x \in \Re / a < x \le b\}}$*,* ***observa que el extremo que queda fuera del intervalo va asociado a una desigualdad estricta****.*
  - ➢ *También se expresa en ocasiones como* $\boxed{I =]a,b]}$.
  - ➢ *Gráficamente:*





- ✓
- ✓ ***Semirrectas reales:***
  - ➢ *Semirrecta de los* ***números positivos*** $\boxed{I = (0,\infty)}$*, es decir, desde cero hasta infinito.*
  - ➢ *Semirrecta de los* ***números negativos*** $\boxed{I = (-\infty,0)}$*, es decir, desde el menos infinito, el infinito negativo, hasta cero.*
  - ➢ ***Con lo que toda la recta de los números reales sería*** $\boxed{I = (-\infty,\infty)}$**.**

OPERACIONES ENTRE INTERVALOS*:*

Como los intervalos son conjuntos, las operaciones que se pueden realizar con ellos son las mismas que se realizan para conjuntos.

** **Unión**: La unión de dos intervalos, A y B, es un intervalo formado por todos los elementos de A, todos los elementos de B o ambos.* $A \cup B = \{x / x \in A \ \vee x \in B\}$.

** **Intersección**: La intersección de dos intervalos A y B es un nuevo intervalo formado por los elementos comunes, o sea, por los elementos que pertenecen simultáneamente al intervalo A y al intervalo B.*
$A \cap B = \{x / x \in A \ \wedge x \in B\}$.

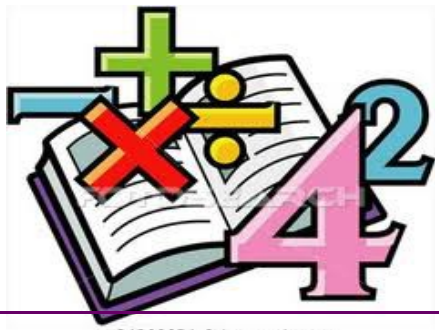
** **Diferencia:** Si A y B son dos intervalos, la diferencia A – B es el intervalo formado por los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.*

$$A - B = \{x / x \in A \ \wedge x \notin B\}$$

$$B - A = \{x / x \in B \ \wedge x \notin A\}$$

** **Complemento**: El complemento de un intervalo está determinado por los elementos que pertenecen al universal (-α, α) y no pertenece al intervalo.*

$$B^C = \{x / x \in U \ \wedge x \notin B\}$$



INTERSECCION DE INTERVALOS

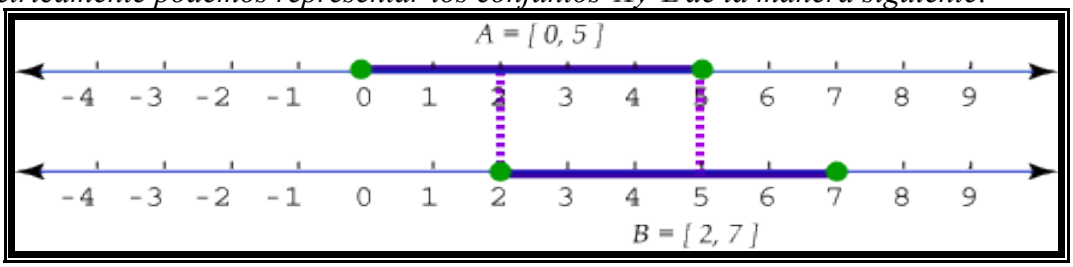
La intersección de intervalos nos dará como respuesta a aquellos elementos que pertenezcan a los dos intervalos.

Ejemplo 1:

Si $A = [0;5]$ *y* $B = [2;7]$ *Determine* $A \cap B$

Solución :

Geométricamente podemos representar los conjuntos A *y* B *de la manera siguiente:*



De aquí podemos observar que los elementos que están en A *y también en* B *son los números reales que están entre 2 y 5, incluyendo a éstos; por lo que:*

$$A \cap B = [0,5] \cap [2,7] = [2,5] \quad \text{o sea:} \quad A \cap B = [2,5]$$

Ejemplo 2:

Si $A = [-2;3]$ *y* $B = [-2;3]$ *Determine* $A \cap B$

Solución

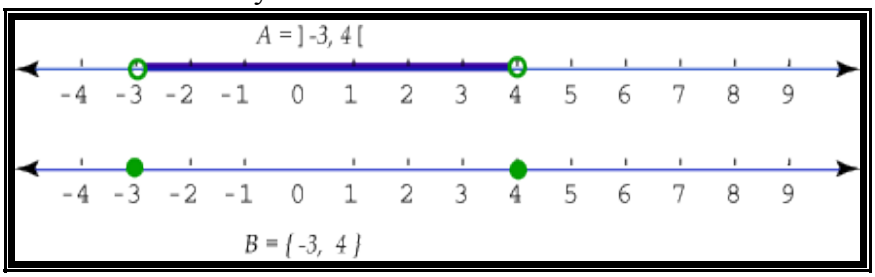
Geométricamente podemos representar a los conjuntos A *y* B *de la siguiente manera:*

De aquí observamos que los únicos elementos que están en A *y también en* B *son -2 y 3; por lo que:*

$$A \cap B = [-2,3] \cap \{-2,3\} = \{-2,3\} \quad \text{o sea} \quad A \cap B = \{-2,3\}$$

Ejemplo 3:

Si $A =< -3;4 >$ y $B = [-3;4]$. Determine $A \cap B$ **Solución:**



Como podemos observar A *y* B *no tienen elementos comunes por lo que:*

$$A \cap B =]-3,4[\ \cap \ \{-3,4\} \ = \emptyset$$

UNION DE INTERVALOS

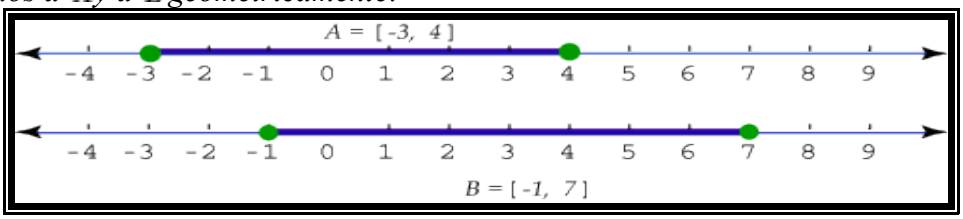
La unión de intervalos nos dará como resultado a los elementos q pertenezcan al menos a uno de los dos intervalos

Ejemplo 1:

Si $A = [-3;4]$ *y* $B = [-1;7]$. *Determine* $A \cup B$

Solución

Representaremos a A *y a* B *geométricamente:*



De aquí podemos observar que los elementos que están en A *o en* B, *son los números reales que están entre -3 y 7, incluyendo a éstos, así:*

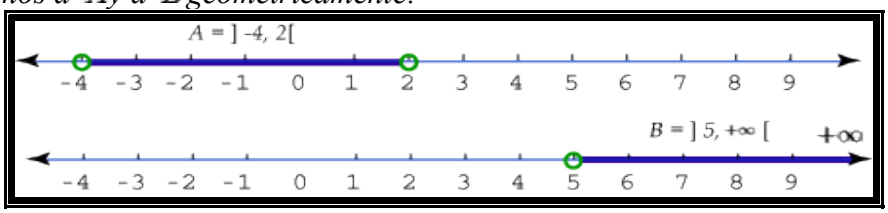
$$\boldsymbol{A \cup B = [-3;4] \cup [-1;7] \text{ o sea } A \cup B = [-3;7]}$$

Ejemplo 2:

Si $A =< -4; 2 >$ *y* $B =< 5; +\infty >$. *Determine* $A \cup B$

Solución

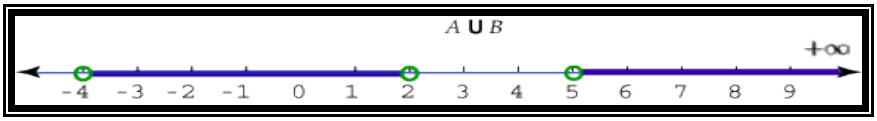
Representaremos a A *y a* B *geométricamente:*



$$A \cup B =]-4, 2[\ \cup \ ]5, +\infty[$$

De aquí observamos que:

Geométricamente podemos representar $A \cup B$ *así:*



DIFERENCIA DE INTERVALOS

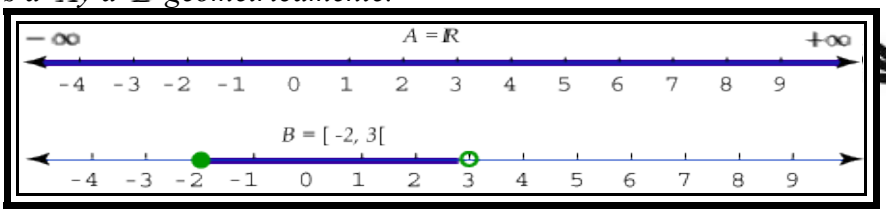
La diferencia de intervalos nos dará como resultado a aquellos elementos que pertenecen al intervalo A y no al intervalo B.

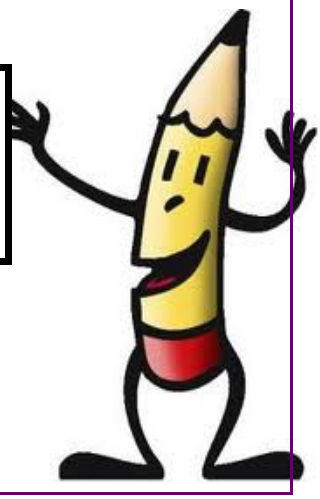
Ejemplo 1:

Si $A = \mathbb{R}$ *y* $B = [-2;3 >$, *determine A-B y B-A*

Solución

Representemos a A *y a* B *geométricamente.*





De aquí podemos observar que:

I. $A - B = \mathbb{R} - [-2;3 > =< -\infty; -2 > \cup [3; +\infty >$

$A - B =< -\infty; -2 > \cup [3; +\infty >$

II. $B - A = [-2;3 > - \mathbb{R} = \emptyset$ *o sea:* $B - A = \emptyset$

Nombre y Apellido: .....

Tema: Intervalo

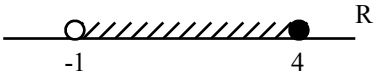
Trabajo Práctico N°1

1) Representar gráficamente los siguientes intervalos:

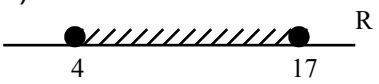
a)]-3 , 8] b) [4 , ∞[c) [-6 , 5] d)]0 , 12[

2) Dados los gráficos siguientes, escriba los intervalos respectivos y expréselos como conjuntos:

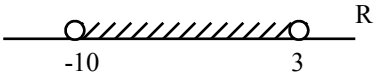
a)



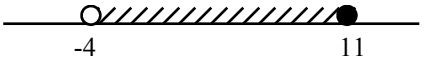
b)



c)



3) ¿Qué intervalo representa al siguiente gráfico?



a) [-4 , 11] b) [-4 , 11[c)]-4 , 11[d)]-4 , 11]

4) Expresa como desigualdad y como intervalo, y represéntalos:

a) x es menor que –5.
b) 3 es menor o igual que x.
c) x está comprendido entre –5 y 1.
d) x está entre –2 y 0, ambos incluidos.

5) Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

a) $-3 \leq x \leq 2$ *b)* $5 < x$ *c)* $x \geq -2$

d) $-2 \leq x < 3/2$ *e)* $4 < x < 4,1$ *f)* $-3 \leq x$

6) Escribe la desigualdad que verifica todo número x que pertenece a estos intervalos:

a) $[-2, 7]$ *b)* $[13, +\infty)$ *c)* $(-\infty, 0)$

d) $(-3, 0]$ *e)* $[3/2, 6)$ *f)* $(0, +\infty)$

7) Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos (A ∩ B) e (I ∩ J):

a) $A = [-3,2]$ $B = [0,5]$ *b)* $I = [2, +\infty)$ $J = (0, 10)$

8) Escribe en forma de intervalos los números que verifican estas desigualdades:

a) $x < 3$ *o* $x \geq 5$ *b)* $x > 0$ *y* $x < 4$

c) $x \leq -1$ *o* $x > 1$ *d)* $x < 3$ *y* $x \geq -2$

9) Expresa como un único intervalo:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$ *b)* $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$ *d)* $[-1, 3) \cap (0, 4)$